

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-Rio

NECE

Experimento de ensino baseado em problemas

Módulo 01: Análise estrutural de vigas

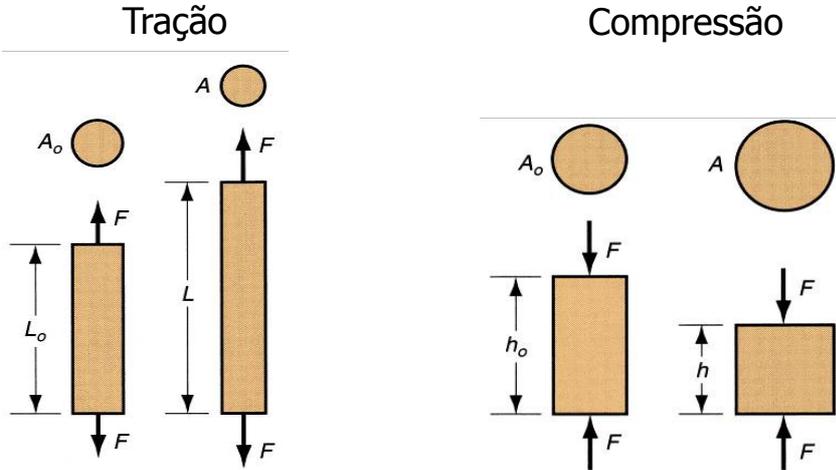
Aula 03: Estruturas Submetidas à Flexão e Cisalhamento

Elisa Sotelino
Luiz Fernando Martha

Objetivos

- Definir o comportamento de vigas.
- Definir tensões de flexão e cisalhamento.
- Definir esforços internos.
- Mostrar que o momento de inércia da seção transversal de uma barra é o parâmetro geométrico fundamental do comportamento à flexão.
- Calcular a variação dos esforços internos em vigas.

Tração e Compressão

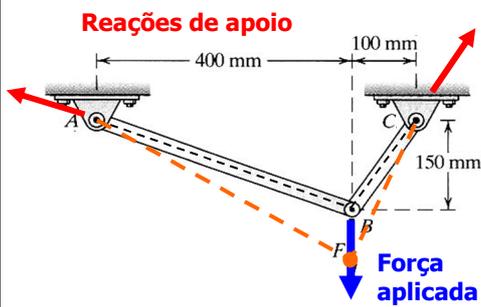


PUC-Rio – NECE – Estruturas Submetidas à Flexão e Cisalhamento – Elisa Sotelino e Luiz Fernando Martha

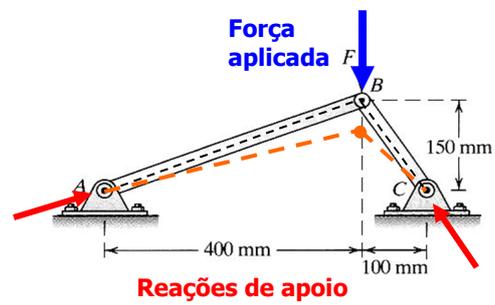
3

Estrutura sob Tração / Compressão

Barras tracionadas



Barras comprimidas

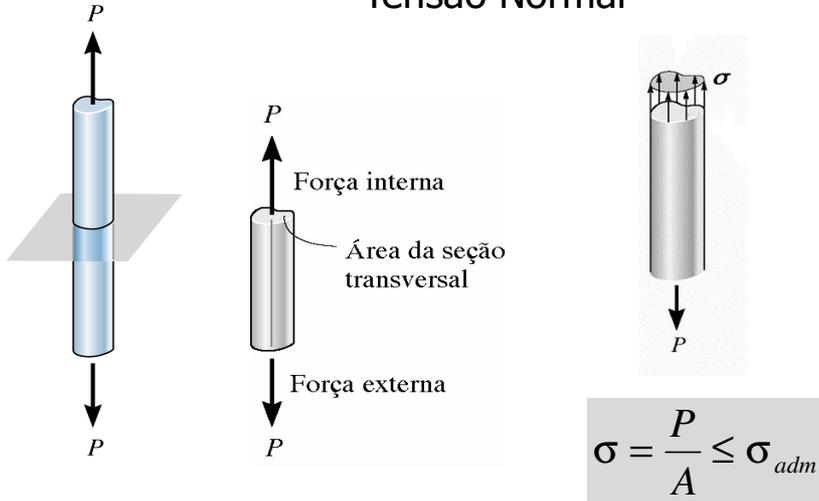


PUC-Rio – NECE – Estruturas Submetidas à Flexão e Cisalhamento – Elisa Sotelino e Luiz Fernando Martha

4

Esforços axiais e tensões normais

Tensão Normal



Outros mecanismos: flexão, cisalhamento e torção

Flexão

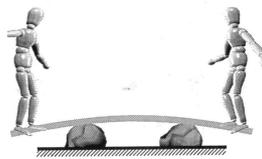
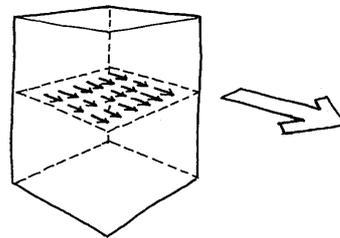


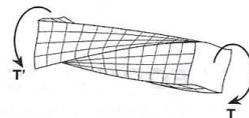
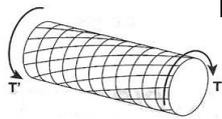
Imagem:
"Estruturas: Uma Abordagem Arquitetônica"
Maciel da Silva & Kramer Souto, 2007

Cisalhamento

Imagem:
"Concepção Estrutural e a Arquitetura"
Yopanam Rebello, 2011



Torção



Assunto de aulas futuras

Vigas

- Elementos estruturais de uso mais comum.
- Cargas são verticais e superfícies são horizontais:

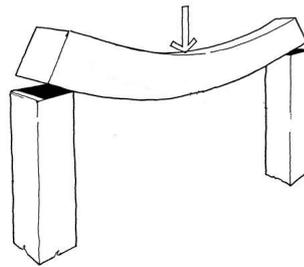
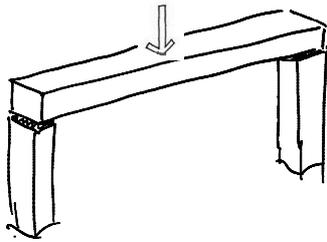
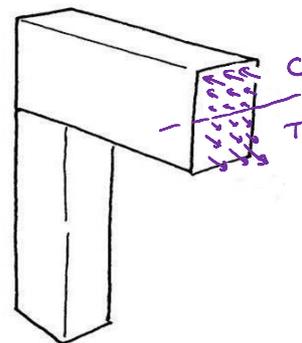
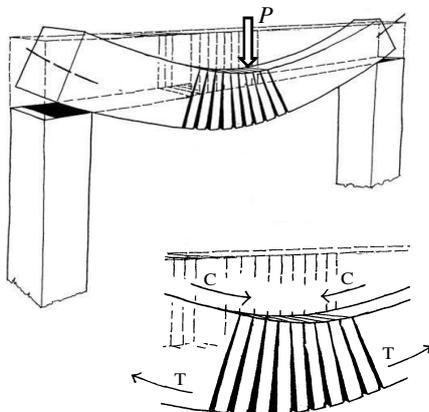


Imagem adaptada:
"Concepção Estrutural e a Arquitetura",
Yopanam Rebello, 2011

Vigas

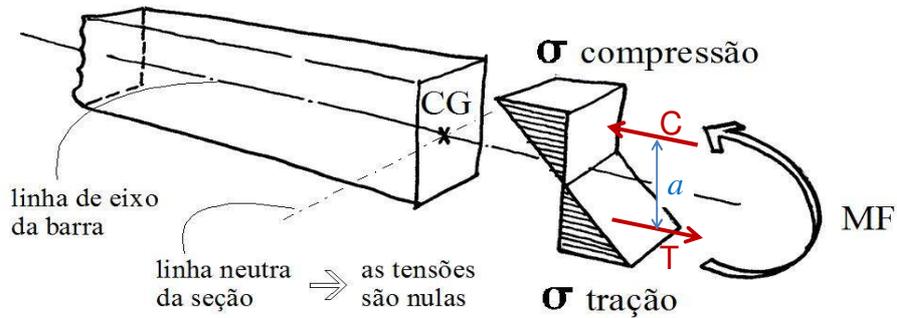
- Vigas são estruturas submetidas à flexão e cisalhamento (esforço axial também pode estar presente).

Flexão



Imagens adaptadas:
"Concepção Estrutural e a Arquitetura",
Yopanam Rebello, 2011

Vigas - Flexão



C e T são resultantes das tensões de flexão

Imagem adaptada:
"Concepção Estrutural e a Arquitetura", Yopanam Rebello, 2011

Vigas - Flexão

- A mesma seção transversal orientada de forma diferente vai ter a mesma capacidade de resistir à flexão?
- Qual é a propriedade geométrica que determina o quanto a viga vai deformar?

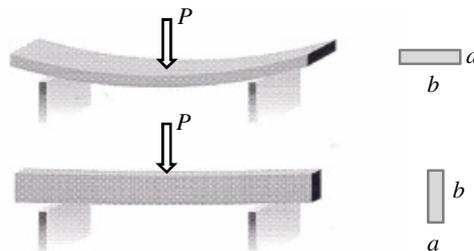
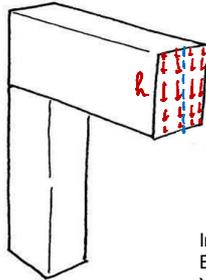
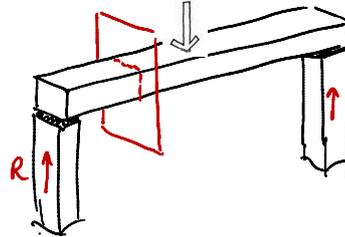


Imagem adaptada:
"Estruturas: Uma Abordagem Arquitetônica"
Maciel da Silva & Kramer Souto, 2007

Cisalhamento - Vigas

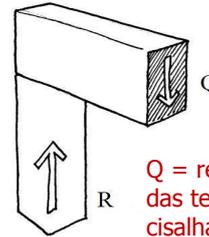


Imagem:
"Estruturas: Uma Abordagem Arquitetônica"
Maciel da Silva & Kramer Souto, 2007



τ : variação
parabólica para
seções retangulares
 h
 τ_{max}

Imagens adaptadas: "Concepção
Estrutural e a Arquitetura",
Yopanam Rebello, 2011



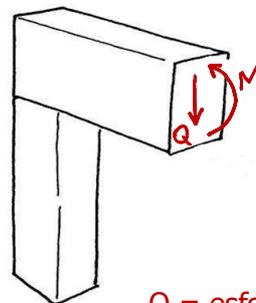
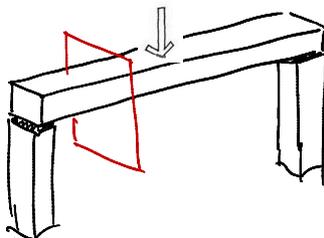
Q
 R
 Q = resultante
das tensões de
cisalhamento

PUC-Rio – NECE – Estruturas Submetidas à Flexão e Cisalhamento – Elisa Sotelino e Luiz Fernando Martha

11

Esforços Internos em Vigas

- Os esforços internos são as resultantes das tensões agindo na viga.
- Em geral portanto para uma viga temos os seguintes esforços internos:



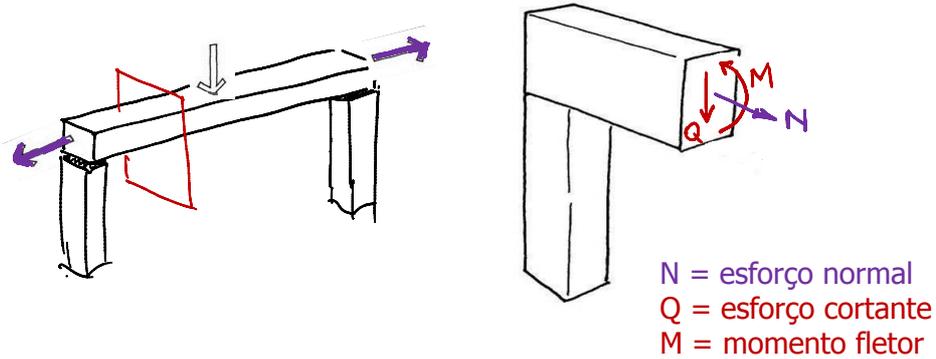
Q = esforço cortante
 M = momento fletor

PUC-Rio – NECE – Estruturas Submetidas à Flexão e Cisalhamento – Elisa Sotelino e Luiz Fernando Martha

12

Esforços Internos em Vigas

- Se forem aplicadas também forças axiais, teremos um esforço interno normal



Questão fundamental: por que a resistência à flexão de uma viga depende da orientação da seção transversal?

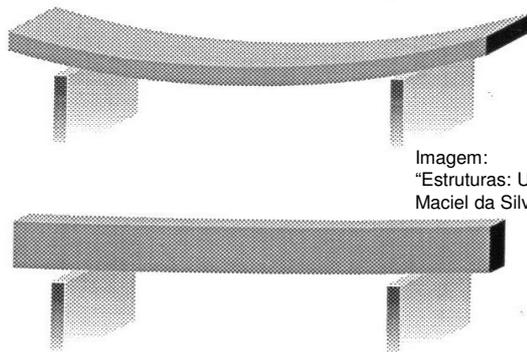


Imagem:
"Estruturas: Uma Abordagem Arquitetônica"
Maciel da Silva & Kramer Souto, 2007

Pergunta:

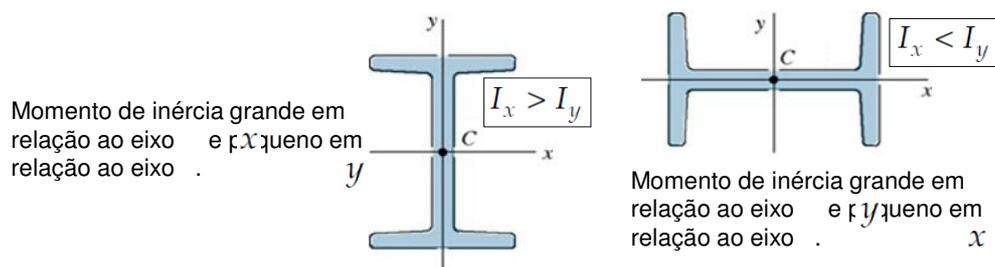
- Qual o parâmetro geométrico da seção transversal que caracteriza o fato de a viga 'em pé' ser mais resistente à flexão do que viga deitada?

Momento de inércia de seção transversal

Resposta:

- O **momento de inércia** da seção transversal da viga 'em pé' é maior do que o **momento de inércia** da seção transversal da viga deitada; e a resistência à flexão de uma viga está associada ao **momento de inércia** da seção transversal.
- Assim como a área da seção transversal é o parâmetro geométrico fundamental para o comportamento à tração, o momento de inércia da seção transversal é o parâmetro geométrico fundamental para o comportamento à flexão.
- Determinação de momentos de inércia para seções transversais é assunto para aula futura.

Momentos de inércia quantificam o "afastamento" de pontos da seção em relação aos eixos que passam pelo centroide

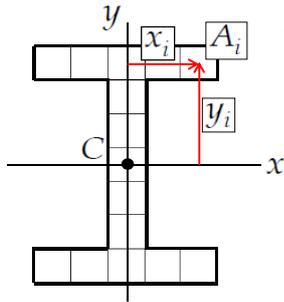


- A forma de uma seção transversal não é caracterizada apenas pelo centroide e pela área.
- Assim como a variância caracteriza a dispersão de um histograma, os momentos de inércia caracterizam a dispersão de pontos de uma seção transversal.

Momentos de inércia de seção transversal

- **Seção transversal é bidimensional.**

- Isso acarreta em dois momentos de inércia em relação a eixos que passam pelo centroide da seção:



- Momento de inércia em relação ao eixo x :

$$I_x = \sum (y_i)^2 \times A_i$$

- Momento de inércia em relação ao eixo y :

$$I_y = \sum (x_i)^2 \times A_i$$

Unidades de momento de inércia: comprimento à quarta potência.

$$\left\{ \begin{array}{l} I \text{ (mm}^4\text{)} \\ I \text{ (cm}^4\text{)} \\ I \text{ (m}^4\text{)} \end{array} \right.$$

Momentos de inércia de seção transversal

- **Seção transversal é contínua.**

- O cálculo dos somatórios dos momentos de inércia para valores contínuos é feito no limite quando a área de cada elemento tende a zero. Para fazer isso, é necessário um tratamento do *Cálculo Diferencial e Integral*. Isso não vai ser feito aqui. Basta mencionar que os somatórios são substituídos por *integrais*:

$$I_x = \lim_{A_i \rightarrow 0} \left[\sum (y_i)^2 \times A_i \right] \rightarrow I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \lim_{A_i \rightarrow 0} \left[\sum (x_i)^2 \times A_i \right] \rightarrow I_y = \int x^2 dA$$

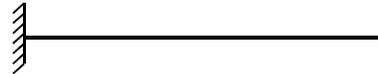
Esforços Internos em Vigas

- Os esforços internos de flexão (M) e cisalhamento (Q) em geral não são constantes ao longo de toda a viga.
- Vamos considerar alguns casos simples de vigas e estudar como estes esforços internos variam.
- Dois tipos de vigas básicos:

Viga Simplesmente Apoiada

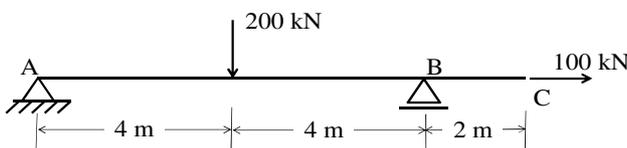


Viga em Balanço



Vigas Simplesmente Apoiadas – Forças Concentradas

Para a viga carregada como mostra a figura, calcule todos os esforços internos (N , Q e M) nas seções transversais localizadas a 0 m, 2 m, 4 m, 6 m, 8 m, 10 m do apoio do segundo gênero (à esquerda). Plote seus resultados.



Vigas Simplesmente Apoiadas – Carregamento Distribuído

Para a viga carregada como mostra a figura, calcule todos os esforços internos (N, Q e M) nas seções transversais localizadas a 0 m, 2 m, 4 m, 6 m, 8 m, 10 m do apoio do segundo gênero à esquerda. Plote seus resultados.

