

# ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2019

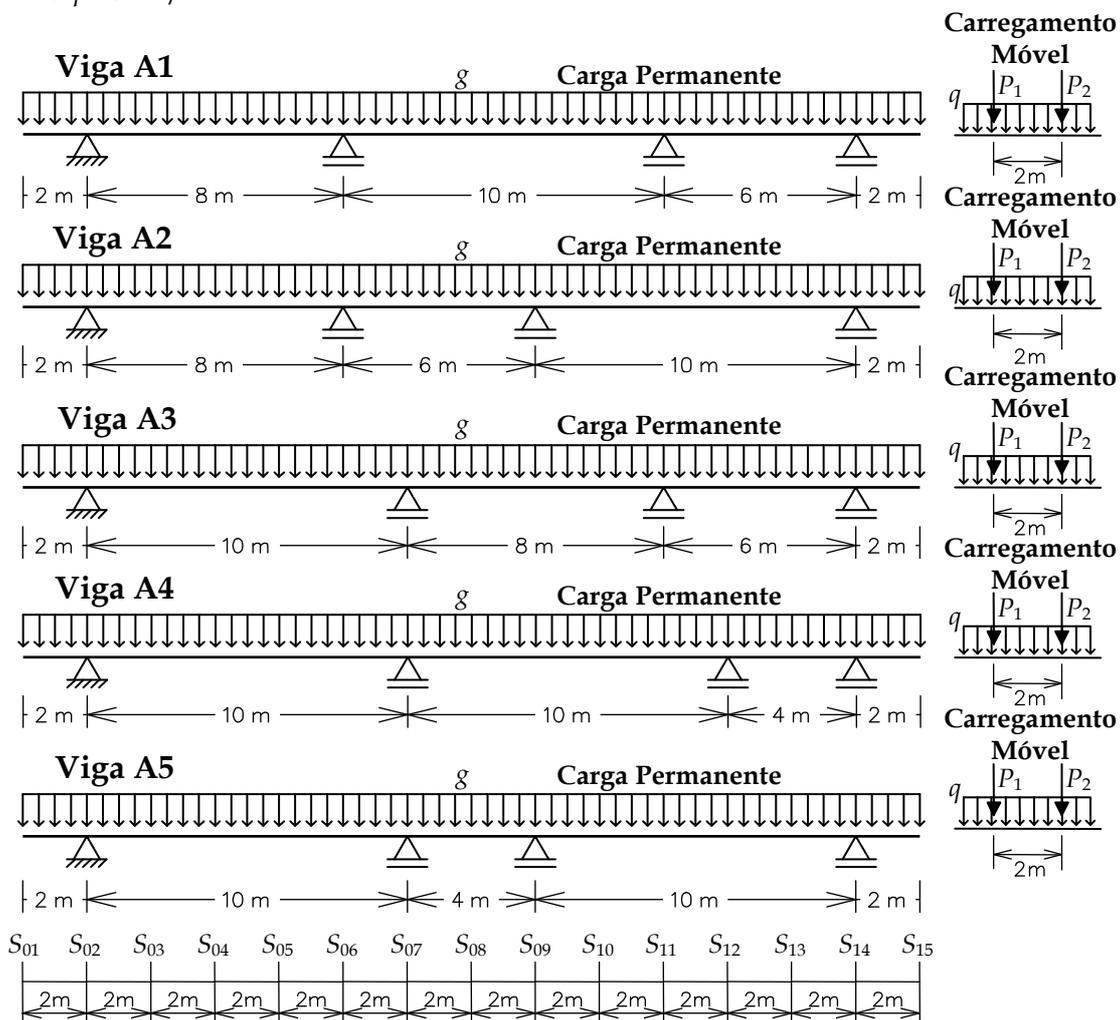
## Terceiro trabalho (T3): carregamento móvel e linhas de influência

### 1ª questão do grau G3 (1.0 ponto) - Data da entrega: 19/06/2019

Utilizando o Ftool, determine as envoltórias de mínimos e máximos de esforço cortante e momento fletor para uma das vigas contínuas mostradas abaixo (cada aluno tem um modelo de ponte). A viga está solicitada por uma carga permanente uniformemente distribuída  $g$  e por um carregamento móvel, que é um veículo de projeto com duas cargas concentradas,  $P_1$  e  $P_2$ , e uma carga de multidão,  $q$ , uniformemente distribuída, conforme indicado. Utilize o módulo de elasticidade do concreto. A seção transversal da viga da ponte está mostrada na página seguinte. As envoltórias devem ser traçadas para o efeito combinado da carga permanente e do veículo de projeto. Os valores das envoltórias devem ser mostrados com um passo de visualização de 2 metros, isto é, os valores devem ser mostrados em seções dos elementos estruturais da ponte a cada 2 metros.

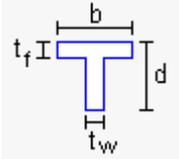
O trabalho consiste em escrever um relatório descrevendo, com figuras, os procedimentos para determinação das envoltórias. A nota do trabalho vai ser baseada no conteúdo e na qualidade de apresentação do relatório. No relatório deve constar uma memória de cálculo para verificação dos valores mínimos e máximos calculados para as envoltórias de esforço cortante e de momento fletor na seção transversal  $S_{04}$ . As linhas de influência nessa seção devem ser desenhadas e devem ser indicadas as posições do carregamento móvel que determinam os valores mínimos e máximos de esforço cortante e momento fletor para essa seção. As áreas das linhas de influência, nos seus trechos positivos e negativos, devem ser calculadas com base nas ordenadas da linha de influência usando a regra dos trapézios.

Cada aluno terá um conjunto distinto de viga e carregamentos a considerar. Para conhecer os dados deve-se consultar a figura abaixo e as tabelas e pauta na página seguinte. Por exemplo, o aluno com código A1-B2-C1 deverá resolver a viga A1, com carga permanente  $g = 12 \text{ kN/m}$  e carregamento móvel com  $P_1 = 10 \text{ kN}$ ,  $P_2 = 12 \text{ kN}$  e  $q = 6 \text{ kN/m}$ .



Carga Permanente		
Código	B1	B2
$g$ (kN/m)	10	12

Cargas Móveis			
Código	C1	C2	C3
$P_1$ (kN)	10	12	14
$P_2$ (kN)	12	14	16
$q$ (kN/m)	6	8	10

Parâmetros das seções transversais														
Viga (T-shape)		<table border="1"> <tr> <td>d:</td> <td>1.20</td> <td>m</td> </tr> <tr> <td>b:</td> <td>1.00</td> <td>m</td> </tr> <tr> <td>tw:</td> <td>0.40</td> <td>m</td> </tr> <tr> <td>tf:</td> <td>0.40</td> <td>m</td> </tr> </table>	d:	1.20	m	b:	1.00	m	tw:	0.40	m	tf:	0.40	m
d:	1.20	m												
b:	1.00	m												
tw:	0.40	m												
tf:	0.40	m												

Na *homepage* da disciplina tem disponível um roteiro (formato PDF) para criação de um modelo de ponte com trem-tipo, e visualização de posições críticas do trem-tipo ao longo de linhas de influência e de envoltórias de esforços internos: [http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftp\\_pub/lfm/ftool400roteirotremtipo.pdf](http://www.tecgraf.puc-rio.br/ftp_pub/lfm/ftool400roteirotremtipo.pdf). ESSE ROTEIRO É DE UMA PONTE COM PILARES, QUE É DIFERENTE DA PONTE SEM PILARES E COM BALANÇOS DESTE TRABALHO.

#### Sugestão de opções de configuração no Ftool:

Unidades: kN-m

Número de casas decimais para distâncias: 0 (nenhuma casa decimal)

Número de casas decimais para forças: 1

Número de casas decimais para momentos: 1

Número de casas decimais para cargas distribuídas: 0 (nenhuma casa decimal)

Número de casas decimais para dimensões de seção transversal (em metros): 2

Tamanho do passo (*Step*) de visualização: 2 m

Opção de desenho de valores de resultados (*Display/Result Values*): ativa.

Opção de desenho de valores de resultados em passos (*Display/Step Values*): ativa.

Opção de desenho transversal de valores de resultados (*Display/Transversal Values*): ativa.

Opção de desenho de sinais de momentos fletores (*Display/Bending Moment Signs*): ativa.

Nome	Código		
	A1	B1	C1
	A2	B1	C1
	A3	B1	C1
	A4	B1	C1
	A5	B1	C1
	A1	B2	C1
	A2	B2	C1
	A3	B2	C1
	A4	B2	C1
	A5	B2	C1
	A1	B1	C2
	A2	B1	C2
	A3	B1	C2
	A4	B1	C2
	A5	B1	C2
	A1	B2	C2
	A2	B2	C2
	A3	B2	C2
	A4	B2	C2
	A5	B2	C2
	A1	B1	C3
	A2	B1	C3
	A3	B1	C3
	A4	B1	C3
	A5	B1	C3
	A1	B2	C3

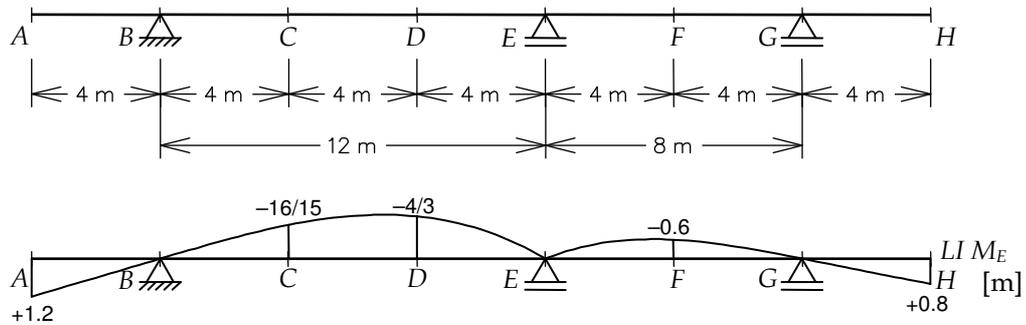
ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2019

Grau G3 - 2ª Questão - Data: 19/06/2019 - Duração: 0:30 h - Sem Consulta

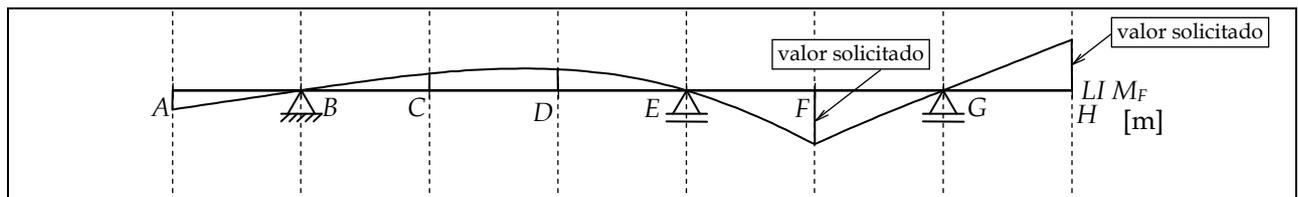
Nome: \_\_\_\_\_

2ª Questão (2,5 pontos)

Considere a viga abaixo. A Linha de Influência de momentos fletores na seção E ( $LI M_E$ ) é conhecida.

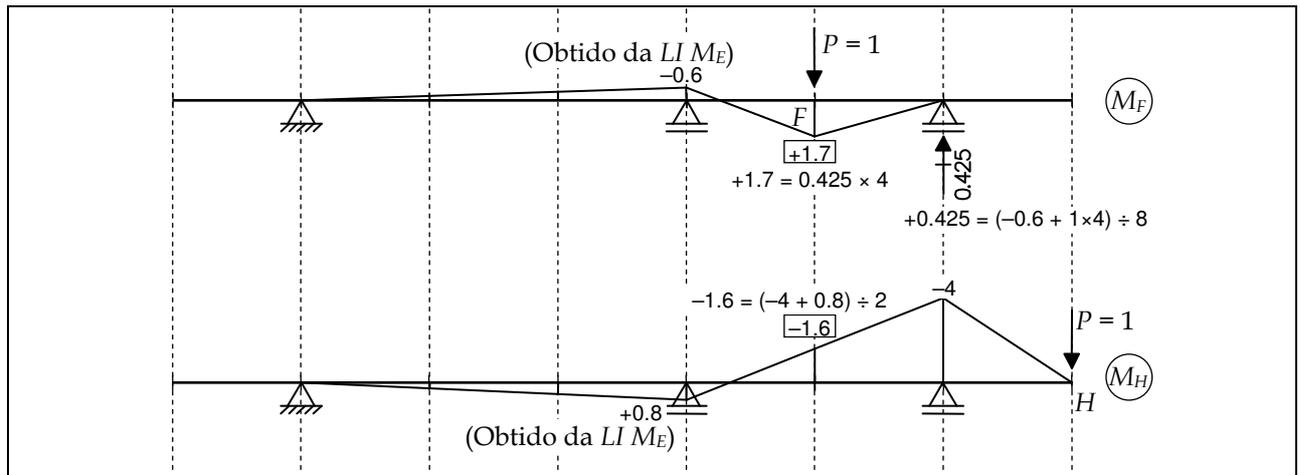


A figura abaixo mostra o aspecto da Linha de Influência de momentos fletores na seção F ( $LI M_F$ ). Com base na  $LI M_E$ , calcule os valores da  $LI M_F$  na seções F e H (valores indicados como solicitados).

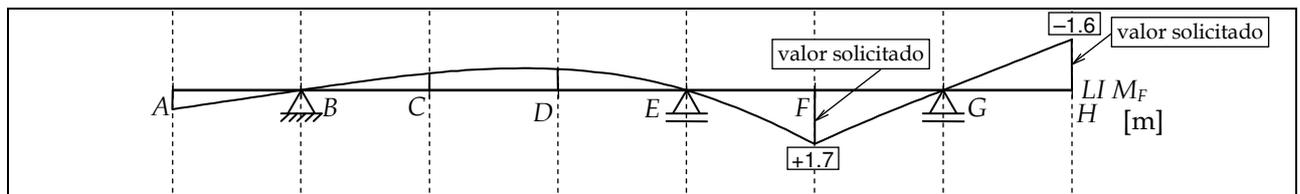


## Solução da 2ª Questão

Diagramas de momentos fletores para posições da carga vertical unitária na seção  $F$  e na seção  $H$ :



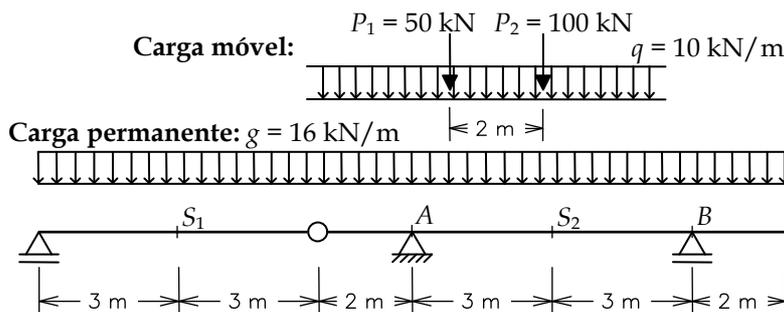
Aspecto da Linha de Influência de momentos fletores na seção  $F$  ( $LI M_F$ ) com os valores da  $LI M_F$  na seções  $F$  e  $H$  indicados:



Nome: \_\_\_\_\_

3ª Questão (6,5 pontos)

Você está envolvido no projeto de uma ponte rodoviária cujo sistema estrutural está mostrado abaixo. A carga permanente, constituída do peso próprio da estrutura, é uniformemente distribuída, tendo sido avaliada em  $g = 16 \text{ kN/m}$ . A carga móvel está indicada na figura, sendo que  $q$  representa a carga de multidão e as cargas  $P_1$  e  $P_2$  representam as cargas dos eixos do veículo de projeto. A carga de multidão não tem extensão definida, isto é, a sua área de atuação deve ser obtida de forma a majorar ou minorar um determinado efeito.



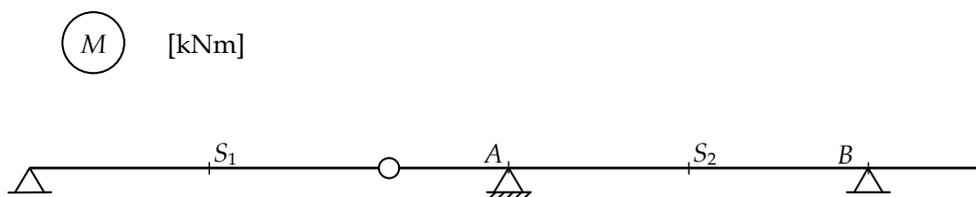
Pede-se (só serão consideradas respostas nos espaços indicados):

- (a) (2,5 pontos) Trace as Linhas de Influência (LI) de momentos fletores nas seções  $S_1$ ,  $A$ ,  $S_2$  e  $B$ , indicando valores das ordenadas e das áreas positivas e negativas. **Resposta na folha seguinte.**
- (b) (1,0 ponto) Mostre as posições da carga móvel que provocam os momentos fletores mínimos e máximos nas seções  $S_1$ ,  $A$ ,  $S_2$  e  $B$ . **Resposta na folha seguinte.**
- (c) (2,0 pontos) Com base na carga permanente e na carga móvel, calcule os momentos fletores mínimos e máximos nas seções  $S_1$ ,  $A$ ,  $S_2$  e  $B$ . Momentos fletores são considerados positivos quando tracionam as fibras inferiores e negativos quando tracionam as fibras superiores. **Faça os cálculos na terceira folha e indique os resultados na tabela abaixo.**
- (d) (1,0 ponto) Trace as envoltórias de momentos fletores mínimos e máximos baseadas nos valores obtidos no item (c). **Desenhe as envoltórias no local indicado abaixo.**

Resumo dos resultados do item (c)

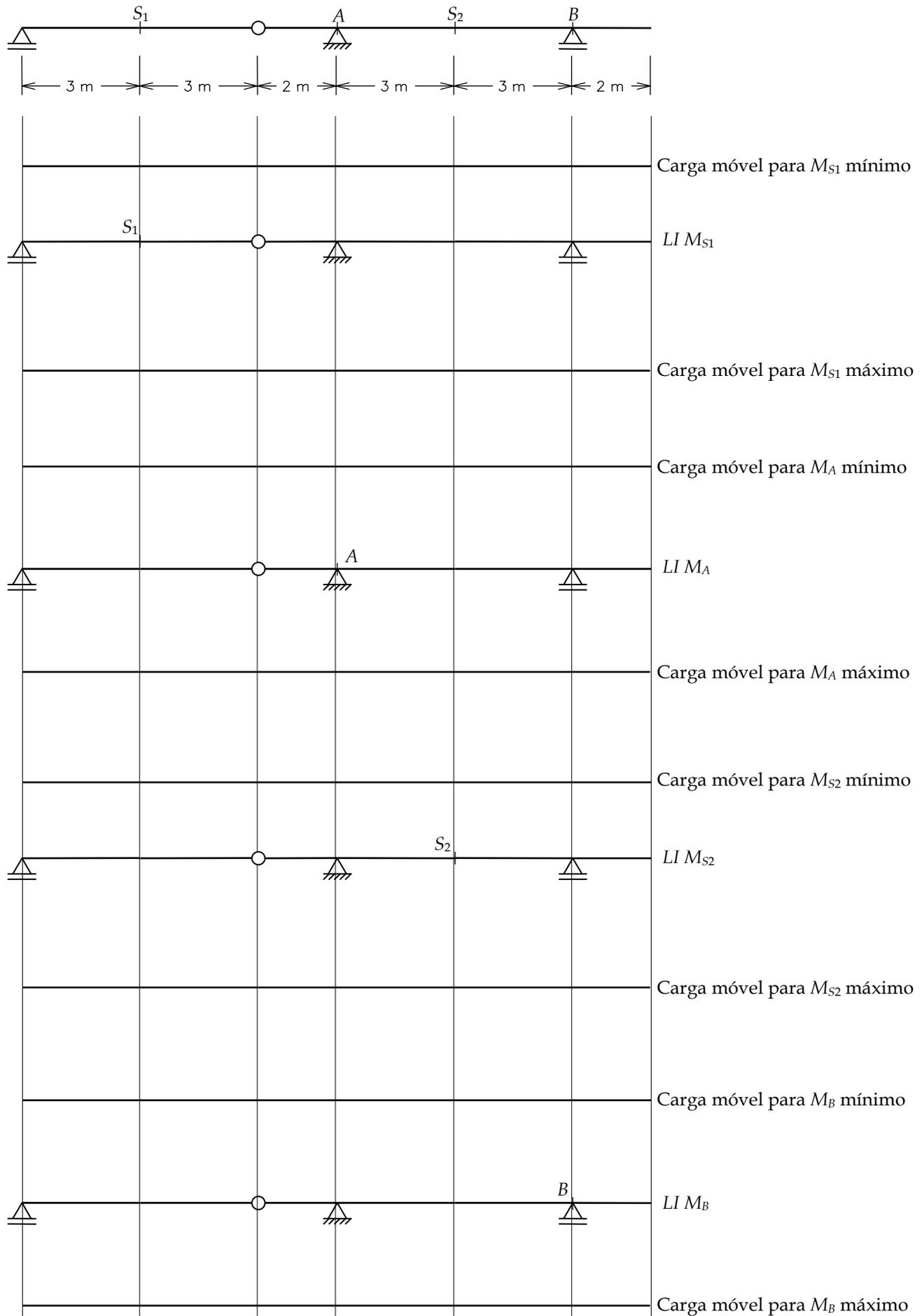
Momentos Fletores [kNm]					
Seção	Carga Permanente	Carga Móvel		Envoltórias	
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
$S_1$					
$A$					
$S_2$					
$B$					

Resposta do item (d): Traçado das Envoltórias de Momentos Fletores



Nome: \_\_\_\_\_

Respostas dos itens (a) e (b)



Nome: \_\_\_\_\_

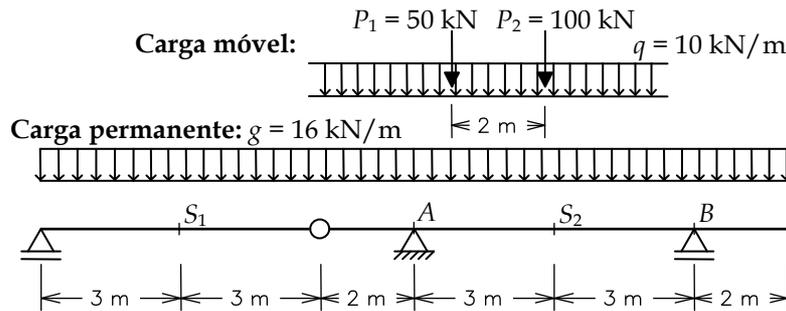
Resposta do item (c)

**Determinação dos momentos fletores mínimos e máximos nas seções**

Nome: SOLUÇÃO

3ª Questão (6,5 pontos)

Você está envolvido no projeto de uma ponte rodoviária cujo sistema estrutural está mostrado abaixo. A carga permanente, constituída do peso próprio da estrutura, é uniformemente distribuída, tendo sido avaliada em  $g = 16 \text{ kN/m}$ . A carga móvel está indicada na figura, sendo que  $q$  representa a carga de multidão e as cargas  $P_1$  e  $P_2$  representam as cargas dos eixos do veículo de projeto. A carga de multidão não tem extensão definida, isto é, a sua área de atuação deve ser obtida de forma a majorar ou minorar um determinado efeito.



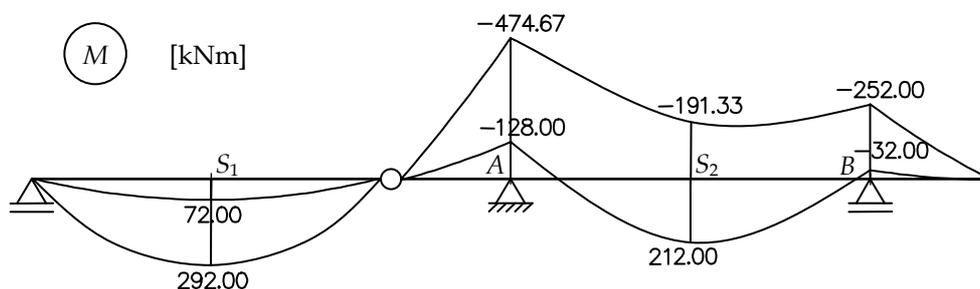
Pede-se (só serão consideradas respostas nos espaços indicados):

- (2,5 pontos) Trace as Linhas de Influência (LI) de momentos fletores nas seções  $S_1$ ,  $A$ ,  $S_2$  e  $B$ , indicando valores das ordenadas e das áreas positivas e negativas. **Resposta na folha seguinte.**
- (1,0 ponto) Mostre as posições da carga móvel que provocam os momentos fletores mínimos e máximos nas seções  $S_1$ ,  $A$ ,  $S_2$  e  $B$ . **Resposta na folha seguinte.**
- (2,0 pontos) Com base na carga permanente e na carga móvel, calcule os momentos fletores mínimos e máximos nas seções  $S_1$ ,  $A$ ,  $S_2$  e  $B$ . Momentos fletores são considerados positivos quando tracionam as fibras inferiores e negativos quando tracionam as fibras superiores. **Faça os cálculos na terceira folha e indique os resultados na tabela abaixo.**
- (1,0 ponto) Trace as envoltórias de momentos fletores mínimos e máximos baseadas nos valores obtidos no item (c). **Desenhe as envoltórias no local indicado abaixo.**

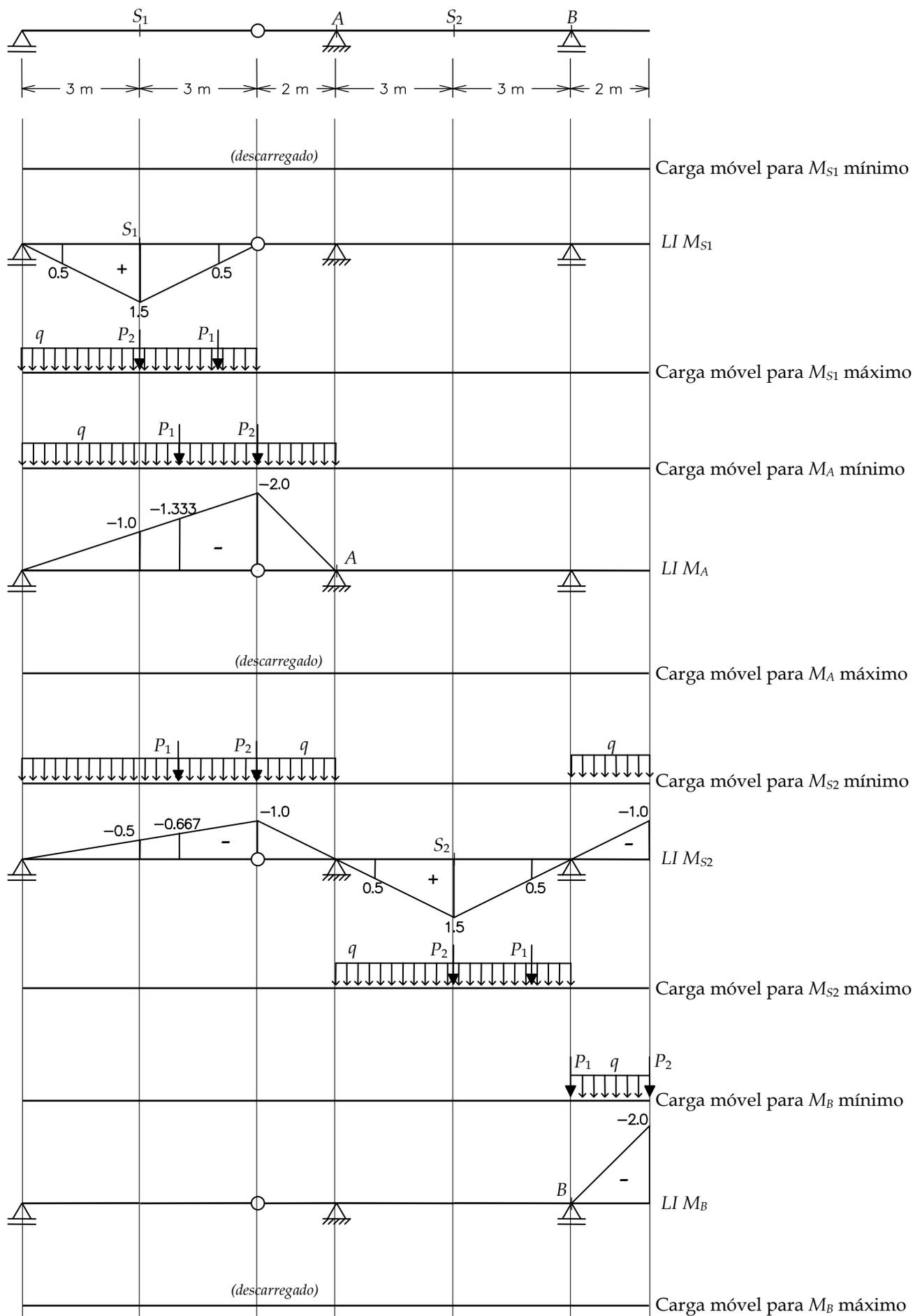
Resumo dos resultados do item (c)

Momentos Fletores [kNm]					
Seção	Carga Permanente	Carga Móvel		Envoltórias	
		Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
$S_1$	+72.00	0.00	+220.00	+72.00	+292.00
$A$	-128.00	-346.67	0.00	-474.67	-128.00
$S_2$	-8.00	-183.33	+220.00	-191.33	+212.00
$B$	-32.00	-220.00	0.00	-252.00	-32.00

Resposta do item (d): Traçado das Envoltórias de Momentos Fletores



Respostas dos itens (a) e (b)



**Resposta do item (c)**

**Determinação dos momentos fletores mínimos e máximos nas seções**

(*c.p.* → carga permanente; *c.m.* → carga móvel)

$$(M_{S1})^{c.p.} = 16 \cdot 0.5 \cdot 6 \cdot (1.5) = +72.00 \text{ kNm}$$

$$(M_{S1})_{mín.}^{c.m.} = 0 \text{ kNm}$$

$$(M_{S1})_{máx.}^{c.m.} = 50 \cdot (0.5) + 100 \cdot (1.5) + 10 \cdot 0.5 \cdot 6 \cdot (1.5) = +220.00 \text{ kNm}$$

$$(M_A)^{c.p.} = 16 \cdot 0.5 \cdot 8 \cdot (-2.0) = -128.00 \text{ kNm}$$

$$(M_A)_{mín.}^{c.m.} = 50 \cdot (-1.333) + 100 \cdot (-2.0) + 10 \cdot 0.5 \cdot 8 \cdot (-2.0) = -346.67 \text{ kNm}$$

$$(M_A)_{máx.}^{c.m.} = 0 \text{ kNm}$$

$$(M_{S2})^{c.p.} = 16 \cdot [0.5 \cdot 8 \cdot (-1.0) + 0.5 \cdot 6 \cdot (1.5) + 0.5 \cdot 2 \cdot (-1.0)] = -8.00 \text{ kNm}$$

$$(M_{S2})_{mín.}^{c.m.} = 50 \cdot (-0.667) + 100 \cdot (-1.0) + 10 \cdot [0.5 \cdot 8 \cdot (-1.0) + 0.5 \cdot 2 \cdot (-1.0)] = -183.33 \text{ kNm}$$

$$(M_{S2})_{máx.}^{c.m.} = 50 \cdot (0.5) + 100 \cdot (1.5) + 10 \cdot 0.5 \cdot 6 \cdot (1.5) = +220.00 \text{ kNm}$$

$$(M_B)^{c.p.} = 16 \cdot 0.5 \cdot 2 \cdot (-2.0) = -32.00 \text{ kNm}$$

$$(M_B)_{mín.}^{c.m.} = 50 \cdot (0) + 100 \cdot (-2.0) + 10 \cdot 0.5 \cdot 2 \cdot (-2.0) = -220.00 \text{ kNm}$$

$$(M_B)_{máx.}^{c.m.} = 0 \text{ kNm}$$