

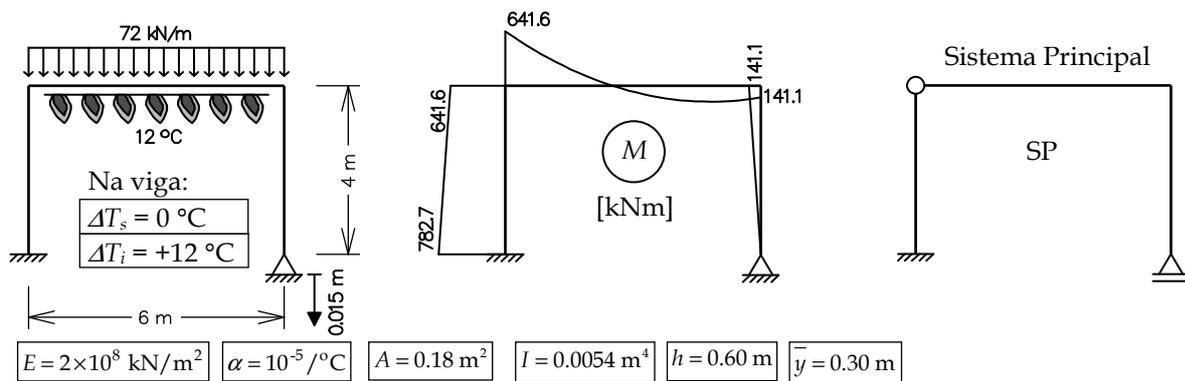
ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2014

Primeira Prova - Parte 2 - Data: 26/03/2014 - Duração: 1:45 hs - Sem Consulta

2ª Questão (3,5 pontos)

Considere o pórtico hiperestático mostrado abaixo. O diagrama final de momentos fletores também é indicado. O material tem módulo de elasticidade $E = 2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ e coeficiente de dilatação térmica $\alpha = 10^{-5} / ^\circ\text{C}$. As barras do pórtico têm uma seção transversal com área $A = 0.18 \text{ m}^2$, momento de inércia $I = 0.0054 \text{ m}^4$, altura $h = 0.60 \text{ m}$ e centro de gravidade no meio de altura. As seguintes solicitações atuam no pórtico concomitantemente:

- Carregamento com força uniformemente distribuída $q = 72 \text{ kN/m}$ atuando na viga do pórtico.
- Aquecimento de $\Delta T_i = +12 \text{ }^\circ\text{C}$ na face inferior da viga.
- Recalque vertical, para baixo, de 1.5 cm ($\rho = -0.015 \text{ m}$) do apoio da direita.



Considerando que na solução do pórtico pelo Método das Forças foi adotado o Sistema Principal (SP) indicado acima, pede-se:

- Mostre uma figura do SP com os hiperestáticos indicados, arbitrando um sentido para eles (0,5 ponto).
- Baseado no diagrama final de momentos fletores, determine os valores dos hiperestáticos, com unidades. Os sinais devem ser consistentes com os sentidos dos hiperestáticos arbitrados no item (a) (0,5 ponto).
- Forneça a interpretação física dos termos de carga δ_{i0} , indicando causa, localização, se é deslocamento ou rotação, e se é absoluto ou relativo (0,5 ponto).
- Determine o diagrama de momentos fletores do caso (0) da solução provocado pelas três solicitações concomitantes (0,5 ponto).
- Calcule o valor do termo de carga δ_{i0} , indicando a unidade, considerando deformações axiais e de flexão (1,5 pontos).

Sabe-se:

- O deslocamento axial relativo interno provocado pela variação de temperatura em um elemento infinitesimal de barra é

$$du^T = \alpha \Delta T_{CG} dx$$

sendo ΔT_{CG} a variação de temperatura na fibra do centro de gravidade da seção transversal.

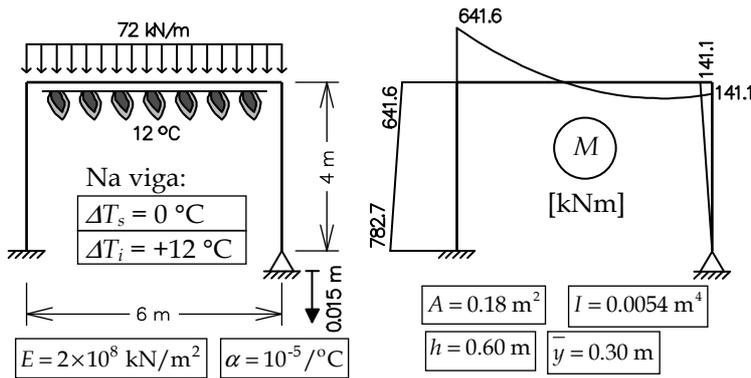
- O rotação relativa interna provocada pela variação de temperatura em um elemento infinitesimal de barra é

$$d\theta^T = \frac{\alpha(\Delta T_i - \Delta T_s)}{h} dx$$

sendo ΔT_i a variação de temperatura das fibras inferiores (face interna) e ΔT_s a variação de temperatura das fibras superiores (face externa) da viga do pórtico.

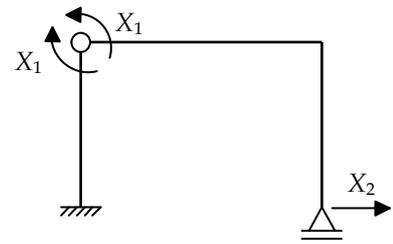
3ª Questão (1,0 ponto) - Grau vindo do primeiro trabalho (nota do trabalho $\times 0,1$).

2ª Questão



Item (a)

Sistema Principal e Hiperestáticos (g = 2)



Item (b)

$$X_1 = +641.6 \text{ kNm}$$

$$X_2 = +141.1/4 = +35.3 \text{ kN}$$

Item (c)

O termo de carga δ_{10} é a rotação relativa entre as seções adjacentes à rótula introduzida na criação do Sistema Principal (associada a X_1) provocada pela força uniformemente distribuída aplicada na viga, pela variação de temperatura na viga e pelo recalque vertical no apoio da direita, no caso (0).

O termo de carga δ_{20} é o deslocamento horizontal absoluto no apoio da direita do Sistema Principal (na direção de X_2) provocado pela força uniformemente distribuída aplicada na viga, pela variação de temperatura na viga e pelo recalque vertical no apoio da direita, no caso (0).

Item (d)

Caso (0) – Solicitações externas isoladas no SP

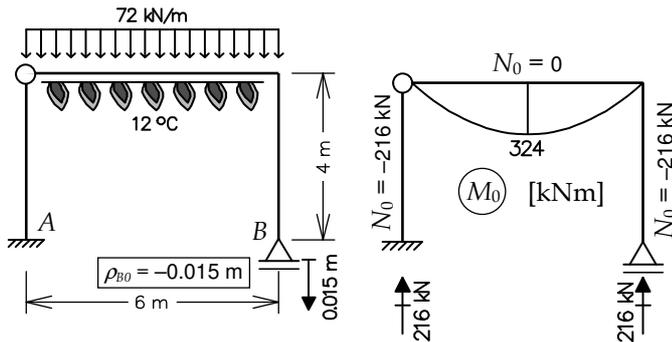


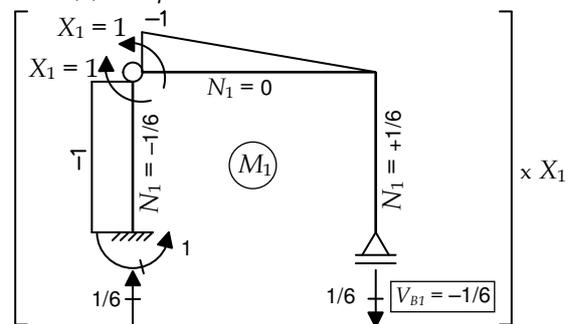
Diagrama de momentos fletores do caso (0) só depende da força uniformemente distribuída aplicada na viga, pois variação de temperatura e recalque de apoio não provocam esforços internos no SP isostático.

Item (e)

Equações de compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases}$$

Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Item (e) (cont.)

$$\delta_{10} = \delta_{10}^q + \delta_{10}^T + \delta_{10}^\rho$$

$$\delta_{10}^q = \int_{\text{pórtico}} \frac{M_1 M_0}{EI} dx + \int_{\text{viga}} \frac{N_1 N_0}{EA} dx$$

$$\delta_{10}^T = \int_{\text{viga}} M_1 d\theta_0^T + \int_{\text{viga}} N_1 du_0^T$$

$$1 \cdot \delta_{10}^\rho + V_{B1} \cdot \rho_{B0} = 0 \Rightarrow \delta_{10}^\rho = -V_{B1} \cdot \rho_{B0}$$

$$\delta_{10}^q = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot (-1) \cdot 324 \cdot 6 \right] + \frac{1}{EA} \left[\left(-\frac{1}{6} \right) \cdot (-216) \cdot 4 + \left(+\frac{1}{6} \right) \cdot (-216) \cdot 4 \right]$$

$$\delta_{10}^q = -60 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$$d\theta_0^T = \frac{\alpha \cdot (\Delta T_i - \Delta T_s)}{h} dx = \frac{\alpha \cdot (+12 - 0)}{0.60} dx = +\alpha \cdot 20 \cdot dx$$

$$du_0^T = \alpha \cdot \Delta T_{CG} \cdot dx = +\alpha \cdot 6 \cdot dx$$

$$\delta_{10}^T = \int_0^6 M_1 d\theta_0^T + \int_0^6 N_1 du_0^T = +\alpha \cdot 20 \cdot \int_0^6 M_1 dx = +\alpha \cdot 20 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot 6 \right]$$

$$\delta_{10}^T = -60 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$$\delta_{10}^\rho = -V_{B1} \cdot \rho_{B0} = - \left[(-1/6) \cdot (-0.015) \right]$$

$$\delta_{10}^\rho = -250 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

$$\delta_{10} = \delta_{10}^q + \delta_{10}^T + \delta_{10}^\rho = -370 \times 10^{-5} \text{ rad}$$