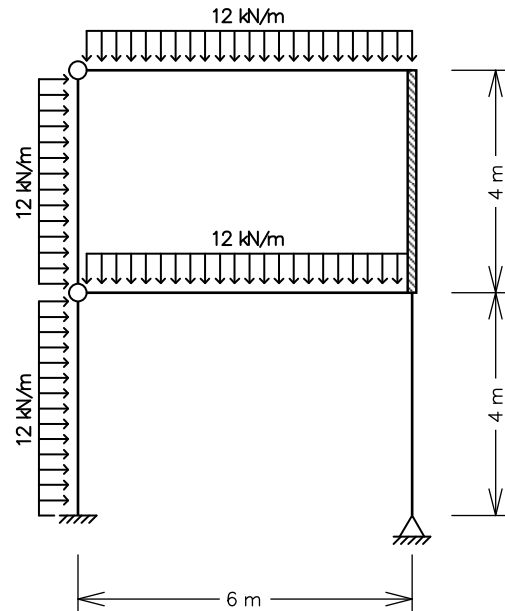


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2016

Segunda Prova - 23/05/2016- 25/05/2016 -Sem Consulta

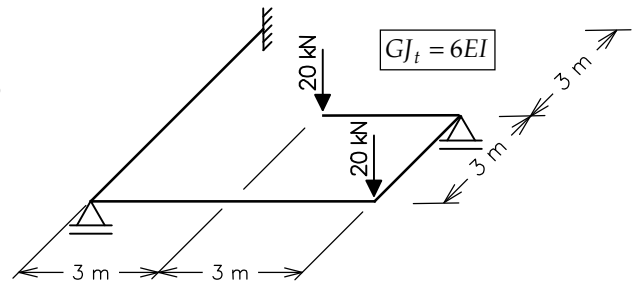
1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 7.2 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical superior da direita, que é infinitamente rígida à flexão.



2ª Questão (3,5 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção GJ_t e a rigidez à flexão EI .



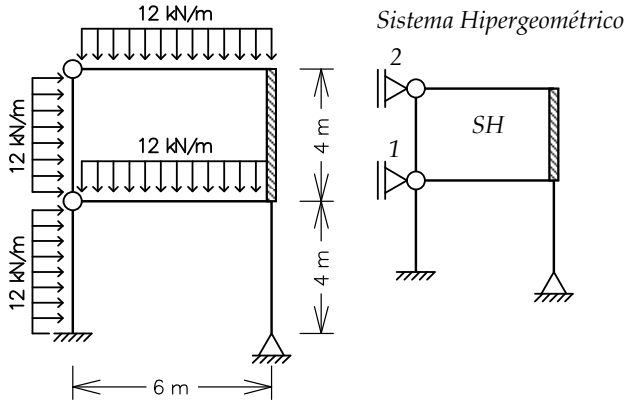
3ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

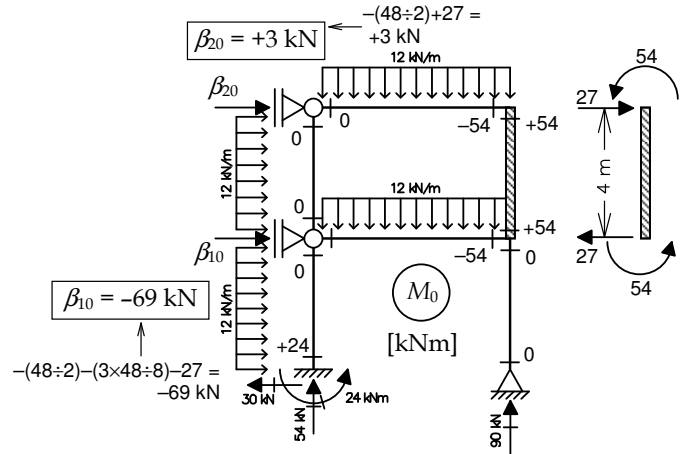
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

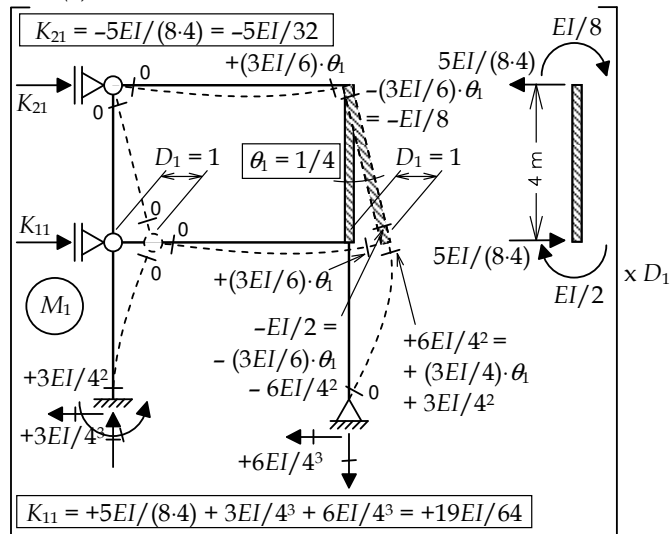
1ª Questão



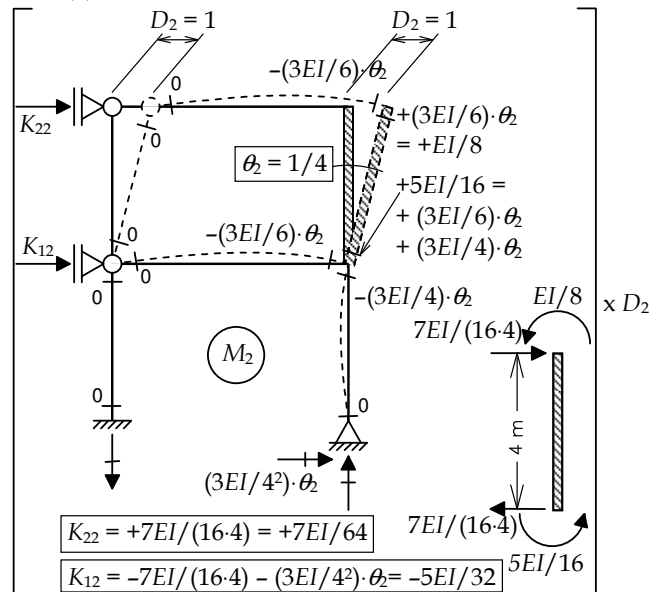
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) – Deslocabilidade D_2 isolada no SH

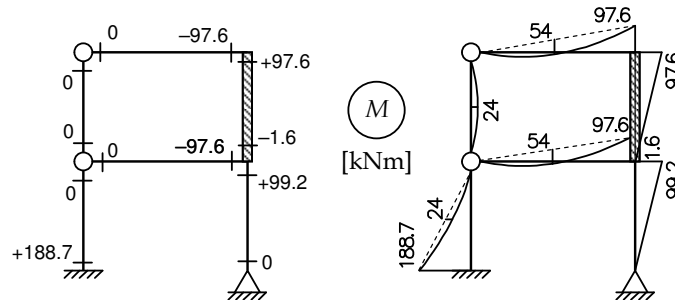


Equações de equilíbrio:

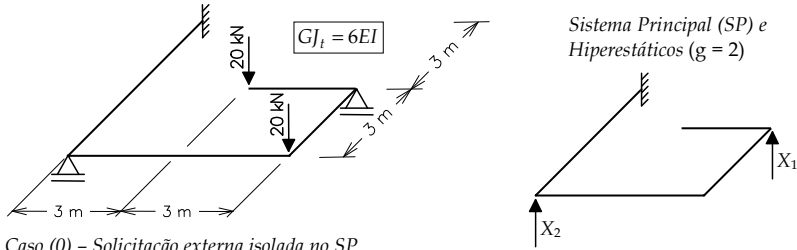
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -69 \\ +3 \end{cases} + EI \cdot \begin{bmatrix} +19/64 & -5/32 \\ -5/32 & +7/64 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{878.561}{EI} \\ D_2 = + \frac{1227.66}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

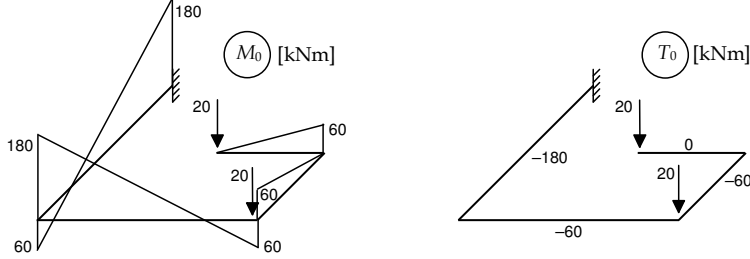
$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$



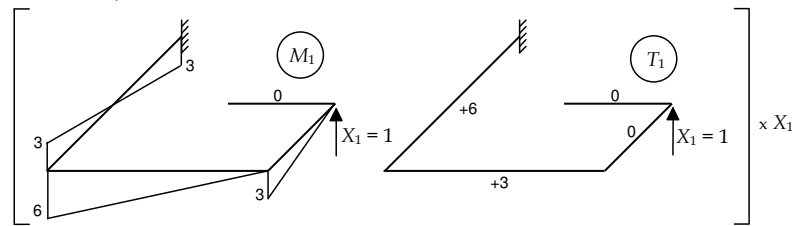
2ª Questão



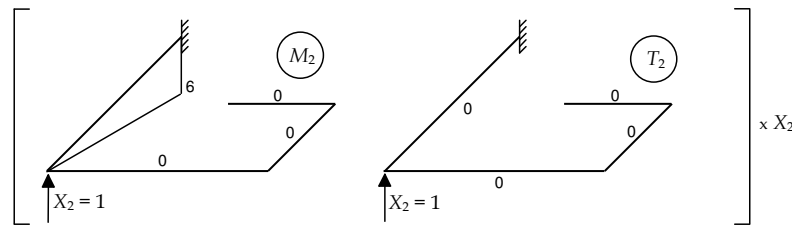
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de compatibilidade:

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -3960 \\ -1800 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} +144 & +18 \\ +18 & +72 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +25.16 \text{ kNm} \\ X_2 = +18.71 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 60 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 60 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 180 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 60 \cdot 6 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 60 \cdot 6 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 180 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 180 \cdot 6 \right]$$

$$+ \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+3) \cdot (-60) \cdot 6 + (+6) \cdot (-180) \cdot 6] = -\frac{2700}{EI} - \frac{7560}{GJ_t} = -\frac{2700}{EI} - \frac{7560}{6EI} = -\frac{3960}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+\frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 60 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 180 \cdot 6 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [0] = -\frac{1800}{EI}$$

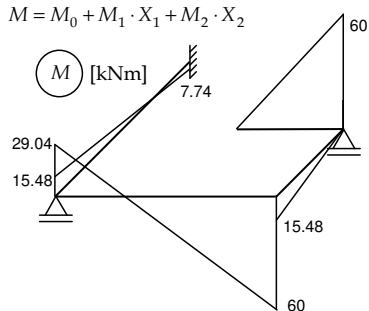
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) + \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+3) \cdot (+3) \cdot 6 + (+6) \cdot (+6) \cdot 6] = \frac{99}{EI} + \frac{270}{GJ_t} = \frac{99}{EI} + \frac{270}{6EI} = +\frac{144}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 6 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [0] = +\frac{18}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [0] = +\frac{72}{EI}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$



Momentos Torçores Finais:

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1 + T_2 \cdot X_2$$

