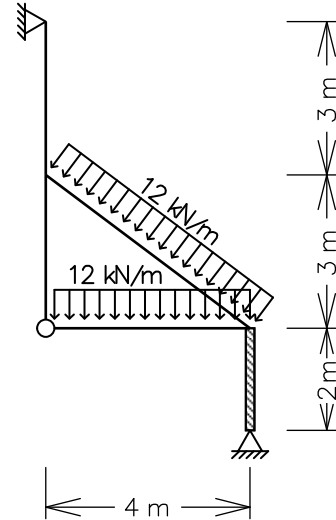


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2017

Segunda Prova - 29/05/2017 - 31/05/2017 -Sem Consulta

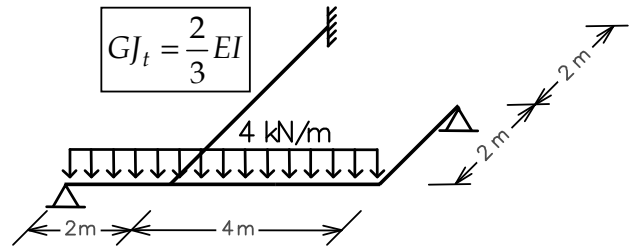
1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 3,6 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical inferior, que é infinitamente rígida à flexão.



2ª Questão (3,5 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção GJ_t e a rigidez à flexão EI .



3ª Questão (1,0 ponto) - Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

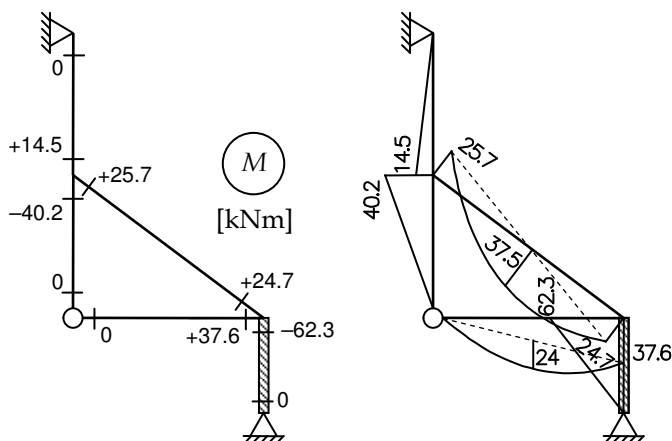
$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

El diagrama a la izquierda muestra una estructura de barras con un apoyo fijo en la parte superior izquierda y un apoyo móvil en la parte inferior derecha. La estructura está sometida a una carga horizontal de 12 kN/m y una carga vertical de 12 kN/m . Las dimensiones son: una altura total de 9 m (dividida en tres tramos de 3 m cada uno) y una anchura de 4 m .

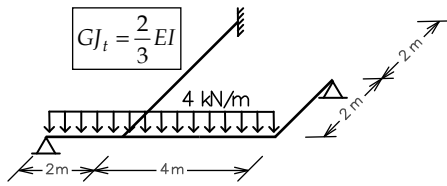
El diagrama a la derecha muestra el sistema hipergeométrico (SH) correspondiente, con los nodos numerados 1 y 2. El nodo 1 está en la parte superior y el nodo 2 está en la parte inferior. El sistema está etiquetado como "Sistema Hipergeométrico" y "SH".

[illegible]

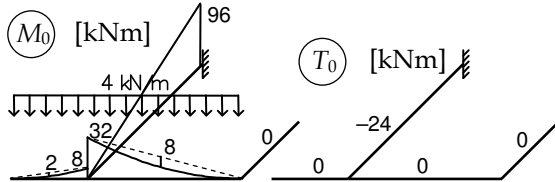
Diagram illustrating the structural analysis of a frame with a horizontal beam and a vertical column. The frame is subjected to a horizontal force D_1 at the left end of the beam. The beam has a length of 5 units, and the column has a height of 3 units. The diagram shows the distribution of bending moments (M_1) and shear forces (D_1) along the beam and column. The bending moment diagram is shown as a dashed line, and the shear force diagram is shown as a solid line. The bending moment at the fixed support of the column is $K_{11} = +14EI/5$. The bending moment at the roller support of the beam is $K_{21} = -8EI/15$. The bending moment at the joint between the beam and column is $+2EI/5$. The shear force at the fixed support of the column is $-8EI/15$. The shear force at the roller support of the beam is $EI/5$. The shear force at the joint between the beam and column is $2EI/(5 \cdot 2)$. The diagram also shows the reaction forces at the supports: a horizontal reaction of $3EI/3^2$ at the fixed support of the column and a vertical reaction of $2EI/(5 \cdot 2)$ at the roller support of the beam. The diagram is labeled with various equations and symbols, including $K_{11} = +14EI/5$, $K_{21} = -8EI/15$, and $D_1 = 1$.

[illegible]
$$\begin{aligned} \text{Equações de equilíbrio:} \\ \begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \begin{Bmatrix} +25 \\ +60.5 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +14/5 & -8/15 \\ -8/15 & +359/720 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{40.2384}{EI} \\ D_2 = -\frac{164.376}{EI} \end{cases} \end{aligned}$$
$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$


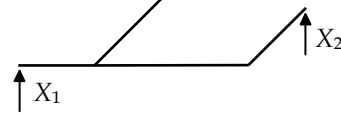
2ª Questão



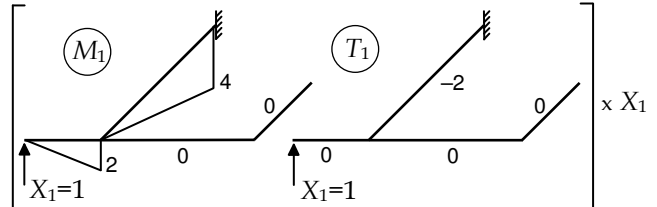
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



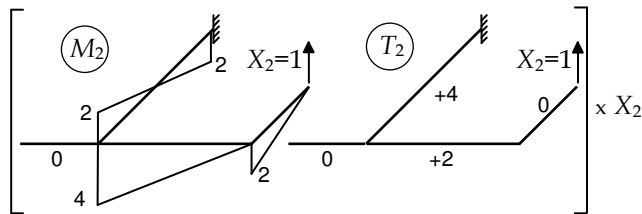
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos
($g = 2$)



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +13.12 \text{ kNm} \\ X_2 = +9.32 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(-2) \cdot (-2) \cdot 4] = \frac{24}{EI} + \frac{16}{GJ_t} = \frac{24}{EI} + \frac{3 \cdot 16}{2EI} = + \frac{48}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \right) + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+2) \cdot (+2) \cdot 4 + (+4) \cdot (+4) \cdot 4] = \frac{88}{3EI} + \frac{3 \cdot 80}{2EI} = + \frac{448}{3EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(-2) \cdot (+4) \cdot 4] = + \frac{16}{3EI} - \frac{3 \cdot 32}{2EI} = - \frac{128}{3EI}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 96 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 8 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(-2) \cdot (-24) \cdot 4] = -\frac{520}{EI} + \frac{192}{GJ_t} = -\frac{520}{EI} + \frac{3 \cdot 192}{2EI} = -\frac{232}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 96 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 96 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 32 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+4) \cdot (-24) \cdot 4] = -\frac{256}{EI} - \frac{384}{GJ_t} = -\frac{256}{EI} - \frac{3 \cdot 384}{2EI} = -\frac{832}{EI}$$

Diagrama de Momentos Fletores

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

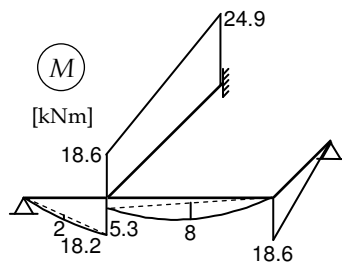


Diagrama de Momentos Torçores

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1 + T_2 \cdot X_2$$

