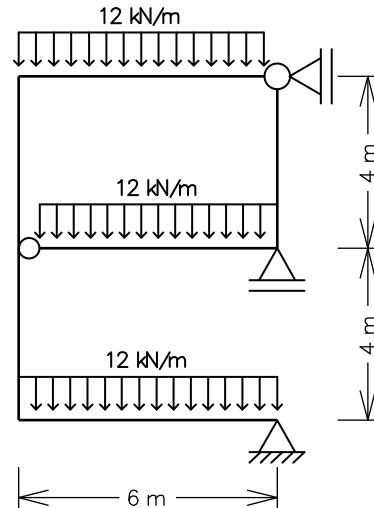


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2015

Prova Final - 14/12/2015 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

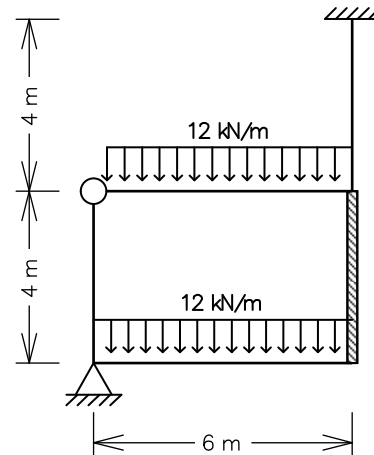
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 3,6 \times 10^5 \text{ kNm}^2$.



2ª Questão (5,0 pontos)

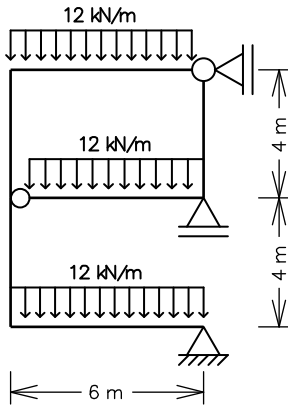
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1,2 \times 10^5 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical inferior da direita que é infinitamente rígida à flexão.



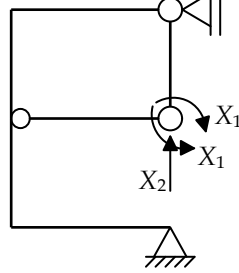
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

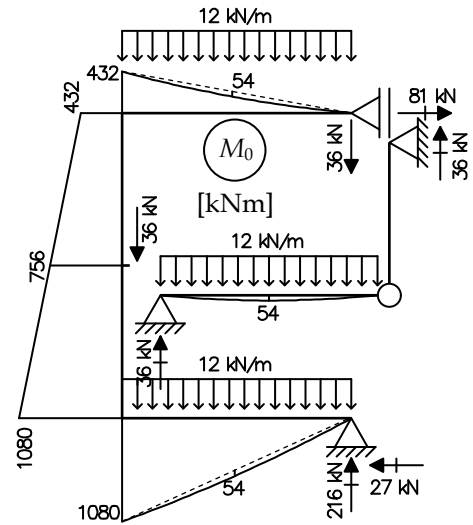
1ª Questão



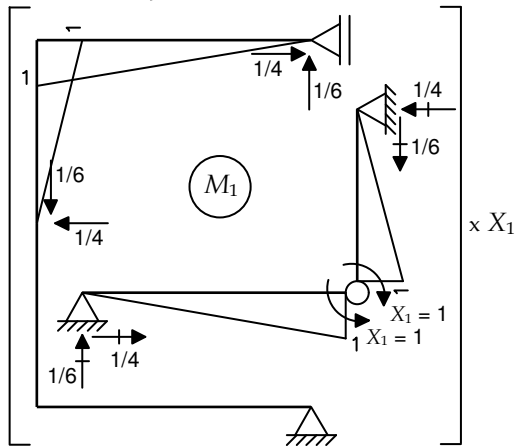
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos ($g = 2$)



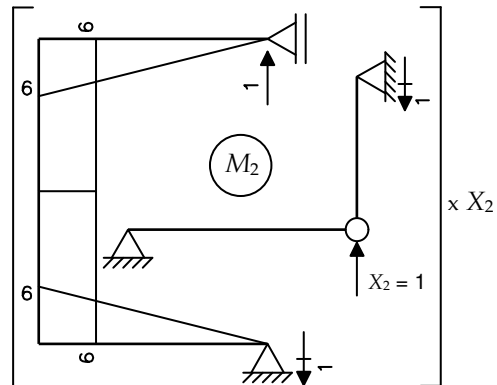
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de compatibilidade:

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -1728 \\ -54432 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} +20/3 & +24 \\ +24 & +432 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -243.0 \text{ kNm} \\ X_2 = +139.5 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 432 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 54 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 432 \cdot 4 - \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 756 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 54 \cdot 6 \right] = -\frac{1728}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 432 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 54 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 432 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 756 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 756 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1080 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 1080 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 54 \cdot 6 \right] = -\frac{54432}{EI}$$

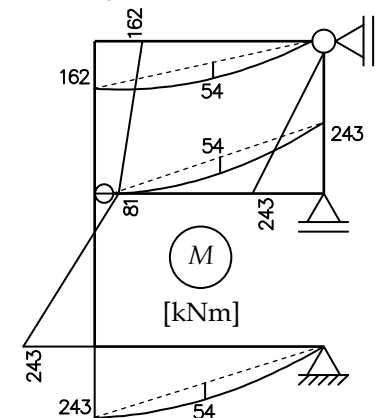
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right) + 2 \cdot \left(+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \right) \right] = +\frac{20}{3 \cdot EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 \cdot 4 \right] = +\frac{24}{EI}$$

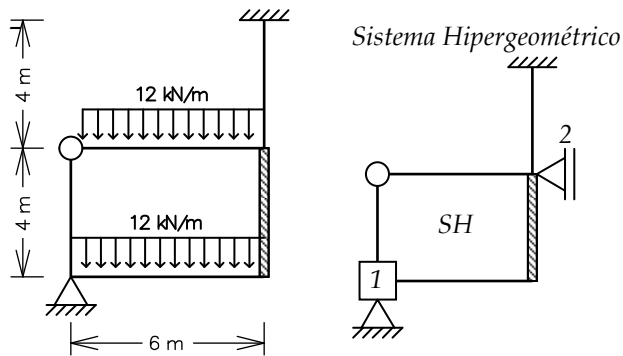
$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \right) + 2 \cdot (6 \cdot 6 \cdot 4) \right] = +\frac{432}{EI}$$

Momentos Fletores Finais:

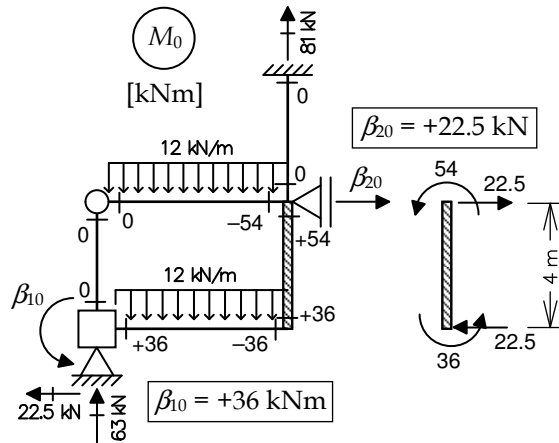
$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$



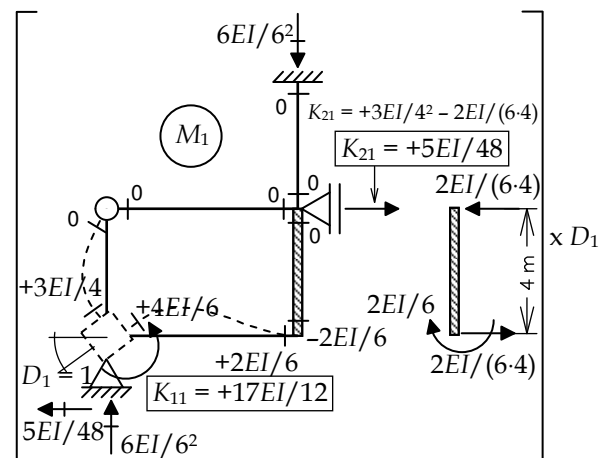
2ª Questão



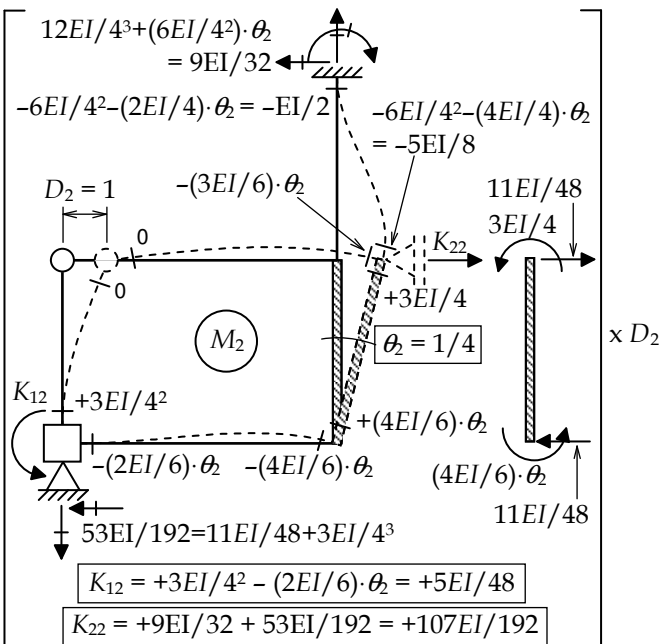
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) – Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +36.0 \\ +22.5 \end{cases} + EI \cdot \begin{bmatrix} +17/12 & +5/48 \\ +5/48 & +107/192 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{22.756}{EI} \\ D_2 = -\frac{36.120}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$

