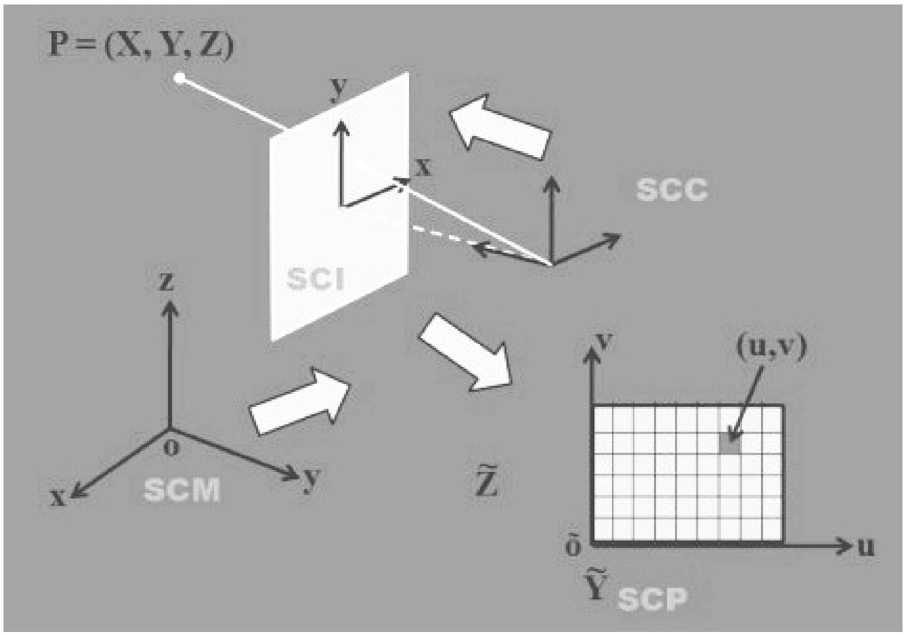
# Sistemas de Coordenadas

Para fazer a transformação de pontos do espaço e pontos da imagem, pode-se utilizar quatro sistemas de coordenadas.

- Sistema de Coordenadas do Mundo (SCM)
- Sistema de Coordenadas da Câmera (SCC)
- Sistema de Coordenadas de Imagem (SCI)
- Sistema de Coordenadas em Pixel (SCP)




De modo que a composição de simples transformações entres estes sistemas represente a transformação de câmera.

SCM $\longrightarrow$ SCC
Mudança de Referencial 3D

$$\begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \\ 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

SCC $\longrightarrow$ SCI
Projeção Pespectiva

$f$ é a distância focal.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \\ 1 \end{bmatrix}$$

SCI $\longrightarrow$ SCP
Transformação Afim

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} s_x & \tau & u_0 \\ 0 & s_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Compondo as transformações:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} s_x & \tau & u_c \\ 0 & s_y & v_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} fs_x & f\tau & u_c \\ 0 & fs_y & v_c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[p] \cong \underbrace{K}_{\text{parâmetros intrínsecos}} \underbrace{[R \quad T]}_{\text{parâmetros extrínsecos}} [P]$$

Onde:

Sy e Sx – número de pixel por unidade de comprimento, vamos considerar Sx=Sy

u0 e v0 – centro da imagem, vamos considerar metade das dimensoes da imagem

t – parametro de cisalhamento, vamos considerar t=0

## Metodo Tsai2D

Parametros:

$$R = \begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} & r_{xz} \\ r_{yx} & r_{yy} & r_{yz} \\ r_{zx} & r_{zy} & r_{zz} \end{bmatrix}, \quad T = [T_x \quad T_y \quad T_z]$$

( em metros )

$f$ ( em pixels)

onde R é ortonormal

Dados:

$$P_i = (X_i \quad Y_i \quad 0),\ p_i = (u_i \quad v_i \quad 0),\ i = 1, 2, \ldots, n$$

Cada imagem capturada fornece dados para uma equação envolvendo:

$$U_1 = \frac{r_{xx}}{T_y}, U_2 = \frac{r_{xy}}{T_y}, U_3 = \frac{T_x}{T_y}, U_4 = \frac{r_{yx}}{T_y}, U_5 = \frac{r_{yy}}{T_y}$$

$$u_i = f\,\frac{r_{xx}X_i + r_{xy}Y_i + T_x}{r_{zx}X_i + r_{zy}Y_i + T_z}, v_i = f\,\frac{r_{xx}X_i + r_{xy}Y_i + T_y}{r_{zx}X_i + r_{zy}Y_i + T_z}$$

$$\frac{u_i}{v_i} = \frac{r_{xx}X_i + r_{xy}Y_i + T_x}{r_{xx}X_i + r_{xy}Y_i + T_y} = \frac{\frac{r_{xx}}{T_y}X_i + \frac{r_{xy}}{T_y}Y_i + \frac{T_x}{T_y}}{\frac{r_{yx}}{T_y}X_i + \frac{r_{yy}}{T_y}Y_i + 1}$$

$$\boxed{v_i X_i U_1 + v_i Y_i U_2 + v_i U_3 - u_i X_i U_4 - u_i Y_i U_5 = u_i}$$

Resolvendo o sistema linear encontra-se os valores para Un.

A seguir as condições de ortonormalidade permitem encontrar os valores de R, Tx e Ty (faltando somente f e Tz).

Os valores de f e Tz são encontrados resolvendo as seguintes equações:

$$u_i = f\,\frac{r_{xx}X_i + r_{xy}Y_i + T_x}{r_{zx}X_i + r_{zy}Y_i + T_z},\;\; v_i = f\,\frac{r_{xx}X_i + r_{xy}Y_i + T_y}{r_{zx}X_i + r_{zy}Y_i + T_z}$$

$$\begin{cases} \left(r_{xx}X_i + r_{xy}Y_i + T_x\right)f - u_i T_z = u_i\left(r_{zx}X_i + r_{zy}Y_i\right) \\ \left(r_{yx}X_i + r_{yy}Y_i + T_y\right)f - v_i T_z = v_i\left(r_{zx}X_i + r_{zy}Y\right) \end{cases}$$